

शासकीय चन्द्रलाल चन्द्राकर स्नातकोत्तर महाविद्यालय, पाटन, जिला – दुर्ग (छ.ग.)

अर्द्धवार्षिक परीक्षा 2021–22

कक्षा का नाम – बी.एस–सी. भाग – एक

विषय – गणित

प्रश्न पत्र – प्रथम (बीजगणित एवं त्रिकोणमिती)

नोट – प्रत्येक ईकाई से कोई दो खंड हल करें। सभी प्रश्नों में अंक समान है।

एक ईकाई के दोनों प्रश्न एक जगह हल करें।

ईकाई – 1

प्रश्न 1 (अ) निम्न आव्यूहों को ऐशेलॉन रूप में बदलिये तथा जाति ज्ञात कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -3 & 2 \\ 2 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & 1 & -4 \\ -4 & 1 & -3 & 1 \end{bmatrix}$$

(ब) सिद्ध कीजिए कि भिन्न – भिन्न अभिलाक्षणिक मानों के संगत भिन्न – भिन्न सदिश रैखिकतः स्वतंत्र होते हैं।

(स) कैले – हेमिल्टन प्रमेय को लिखिए एवं सिद्ध कीजिए। तथा कैले – हेमिल्टन प्रमेय को निम्नलिखित आव्यूह के लिए सत्यापित कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

ईकाई – 2

प्रश्न 2 (अ) समीकरण $x^3 - 21x - 344 = 0$ के हल कार्डन विधि से ज्ञात कीजिए।

(ब) यदि समीकरण $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ के दो मूलों का योग तीसरे मूल के बराबर हो, तो सिद्ध कीजिए कि $P^3 - 4pq + 8r = 0$

(स) आव्यूह विधि द्वारा हल कीजिए –

$$2x - y + 3z = 9$$

$$x + y + z = 6$$

$$x - y + z = 2$$

ईकाई – 3

प्रश्न 3. (अ) संक्रमण संबंध को परिभाषित कीजिए। यदि कोई संबंध R समुच्चय A में संक्रमण हो तो सिद्ध कीजिए कि संबंध भी R^{-1} में A संक्रमण है।

(ब) लैंग्रांज के प्रमेय को लिखकर सिद्ध कीजिए।

(स) उपसमूह को परिभाषित कीजिए तथा दर्शाईयें कि दो उपसमूहों का संघ एक उपसमूह होता है। यदि और केवल यदि एक – दूसरे में अंतर्विष्ट है।

ईकाई – 4

प्रश्न 4. (अ) तुल्याकारिता की परिभाषा दीजिए तथा सिद्ध कीजिए कि सभी समूहों के समुच्चय में तुल्याकारिता का संबंध एक तुल्यता संबंध होता है।

(ब) समूहों पर समाकारिता का मूलभूत प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए।

(स) पूर्णांकीय प्रांत की परिभाषा लिखिये तथा उदाहरण सहित दिखाईयें कि सम्मिश्र संख्याओं का समुच्चय एक पूर्णांकीय प्रांत होता है।

ईकाई – 5

प्रश्न 5. (अ) यदि $\tan(\theta + i\phi) = \cos\alpha + i\sin\alpha$ तो सिद्ध कीजिए कि

$$\theta = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{4} \text{ तथा } \phi = \frac{1}{2} \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2} \right)$$

(ब) यदि $x > 0$, तब ग्रेगोरी श्रेणी का उपयोग करके सिद्ध कीजिए कि

$$\tan^{-1} = \frac{x}{4} + \frac{x-1}{x+1} - \frac{1}{3} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{x-1}{x+1} \right)^5 \dots \dots$$

(स) निम्नलिखित श्रेणी का योग ज्ञात कीजिए :-

$$(i) \sin\alpha \frac{1}{2} \sin 2\alpha + \frac{1}{2^2} \sin 3\alpha + \dots \dots \dots \infty$$

$$(ii) \sin\theta \cos\theta + \frac{\sin 2\theta \cos^2\theta}{2i} + \frac{\sin 3\theta \cos^3\theta}{3i} + \dots \dots \dots \infty$$

शासकीय चन्द्रलाल चन्द्राकर स्नातकोत्तर महाविद्यालय, पाटन, जिला – दुर्ग (छ.ग.)

अर्द्धवार्षिक परीक्षा 2021–22

कक्षा का नाम – बी.एस–सी. भाग –एक

विषय – गणित

प्रश्न पत्र – द्वितीय (कलन)

नोट – प्रत्येक ईकाई से कोई दो खंड हल करें। सभी प्रश्नों में अंक समान है।

एक ईकाई के दोनों प्रश्न एक जगह हल करें।

ईकाई – 1

प्रश्न 1 (अ) सिद्ध कीजिए कि फलन $f(x) = x^2$ बंद अंतराल $[0, 4]$ में अवकलनीय है।

(ब) यदि $y = \tan^{-1}x$, तो सिद्ध कीजिए कि $(1+x^2)y_2 + xy_1 = 0$ जब $x = 0$, तो $(Y_n)_0$ का मान ज्ञात कीजिए।

(स) फलन $f(x) = x^4 + x - 2$ का प्रसार $(x-1)$ की घातों में टेलर श्रेणी से कीजिए।

ईकाई – 2

प्रश्न 2 (अ) वक की सभी अनंतस्पर्शियों को ज्ञात कीजिए।

$$x^3 + 2x^2y + xy^2 - x^2 - xy = 0$$

(ब) वक $x = c \log [s + \sqrt{s^2 + c^2}]$ के लिए सिद्ध कीजिए कि, $\rho = \frac{c^2 + s^2}{c}$

(स) वक $y^2(a-x) = x^2(a+x)$ का अनुरेखण कीजिए।

ईकाई – 3

प्रश्न 3 (अ) $\int_0^{2a} x^3 \sqrt{2ax - x^2} dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

(ब) वक $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(स) हृदयाम (Cordioid) $r = a(1 + \cos\theta)$ को प्रारंभिक रेखा के परितः परिक्रमण कराने में जनित कोठ का पृष्ठ ज्ञात कीजिए।

ईकाई – 4

प्रश्न 4 (अ) हल कीजिए $y(2xy + e^x) dx - e^x dy = 0$

(ब) हल कीजिए $y^2 \log y = xyp^{-1} p^2$

(स) $(D^2 - 3D + 2)y = 6e^{3x} + \sin 2x$

ईकाई – 5

प्रश्न 5 (अ) हल कीजिए : $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} - y = 0$ दिया है कि $x \frac{1}{x}$ एक समाकलन है।

(ब) हल कीजिए $x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} - 2(x^2 + x) \frac{dy}{dx} + (x^2 + 2x + 2)y = 0$

(स) प्राचल विचरण की विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dx^2} - 2 \frac{dy}{dx} e^{2\sin x} .$$

शासकीय चन्द्रलाल चन्द्राकर स्नातकोत्तर महाविद्यालय, पाटन, जिला – दुर्ग (छ.ग.)

अर्द्धवार्षिक परीक्षा 2021–22

कक्षा का नाम – बी.एस–सी. भाग – एक

विषय – गणित

प्रश्न पत्र – तृतीय (सदिश विश्लेषण एवं ज्यामिति)

नोट – प्रत्येक ईकाई से कोई दो खंड हल करें। सभी प्रश्नों में अंक समान है।

एक ईकाई के दोनों प्रश्न एक जगह हल करें।

ईकाई – 1

प्रश्न 1 (अ) अदिश एवं सदिश त्रिक गुणनफल को परिभाषित कीजिए। यदि $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ बिन्दुओं के स्थिति सदिश क्रमशः $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ हो तो

सिद्ध कीजिए $\vec{a} \times \vec{c} + \vec{c} \times \vec{a} + \vec{a} \times \vec{b}$ समतल ABC पर लंब है।

(ब) ग्रेडिएन्ट, डाइवर्जेंस एवं कर्ल का सूत्र लिखिये।

सिद्ध कीजिए $\nabla^2 \left(\frac{1}{r} \right) = 0$

(स) यदि $\vec{r} = (\sinh \lambda t) \vec{a} + (\cosh \lambda t) \vec{b}$ जहाँ \vec{a}, \vec{b} अचर सदिश है तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} - \lambda^2 \vec{r} = \vec{0}$

ईकाई – 2

प्रश्न 2 (अ) स्टोक्स का प्रमेय को लिखिए तथा स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन कीजिए, जब $\vec{F} = x^2 \hat{i} + xy \hat{j}$ जहाँ, C, xy समतल में वर्ग का परिमाण है, जिसकी भुजाएँ रेखाओं $x=0, y=0, x=a, y=a$ के अनुदिश है।

(ब) यदि $\vec{a} = t \hat{i} - 3 \hat{j} + 2t \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - 2 \hat{j} + 2 \hat{k}, \vec{c} = 3 \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ तब $\int_1^2 \{ \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) \} dt$ का मान ज्ञात कीजिए।

(स) $\int c \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मूल्यांकन कीजिए, जहाँ $\vec{F} = (x^2 + y^2) \hat{i} - 2xy \hat{j}$ तथा c, xy समतल में एक आयत है जो $y=0, x=a, y=b, x=0$ से घिरा है।

ईकाई – 3

प्रश्न 3. (अ) किसी शांकव में सिद्ध कीजिए कि लम्बरूप नाभिगत जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

(ब) शांकव $17x^2 = 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$ का अनुरेखन कीजिए तथा उसकी नियताएँ ज्ञात कीजिए।

(स) शांकव $\frac{1}{r} = 1 + e \cos \theta$ के बिन्दु 'a' पर अभिलंब का समीकरण ज्ञात कीजिए।

ईकाई – 4

प्रश्न 4. (अ) शंकु किसे कहते हैं ? उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (a, b, y) और आधार वक $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$ है।

(ब) गोला किसे कहते हैं ? गोले का समीकरण ज्ञात कीजिए जो वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ तथा $x - 2y + 2z = 5$ को एक वृहत वृत्त के रूप में रखता है, इसका केन्द्र एवं त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

(स) बेलन किसे कहते हैं ? उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2, जिसका अक्ष बिन्दु (1, 2, 3) से होकर जाता है। और दिक् – कोज्याएँ (2, 3, 6) के समानुपाती है।

ईकाई – 5

प्रश्न 5. (अ) दीर्घवृत्त के $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ द्वारा प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

(ब) समीकरण $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2yz + 2zx + 2xy - 4x - 8z + 5 = 0$ का समानयन प्रमाणिक रूप में कीजिए। शांकवज की प्रकृति, उसका केन्द्र और अक्षों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

(स) अतिपरवलयज $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{16} = 1$ के बिन्दु (2, 3, -4) से होकर जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।