अर्धवार्षिक परीक्षा - 2021

मॉडल परीक्षा सत्र 2020-21

कक्षा - बी. एस. सी. (भाग-एक) विषय - गणित

प्रश्नपत्र - प्रथम प्रश्नपत्र का नाम - वीगगणित और त्रिकोणमिती

परीक्षा दिनांक - 06-2-2021 पूर्णांक - 50

नोट - इस प्रश्नपत्र में पाँच ईकाई है। प्रत्येक ईकाई में तीन प्रश्न हैं। प्रत्येक ईकाई से दो प्रश्न हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। एक ईकाई के दोनों प्रश्न एक ही जगह पर हल कीजिए। आवश्यकता नुसार सूत्र लिखें/चित्र बनायें।

ईकाई - II

प्रश्न 1(अ) - हर्मीटीय और विषम हर्मीटीय आव्यूह को परिभाषित कीजिए? प्रारंभिक रूपांतरण की सहायता से निम्न आव्यूह का व्युत्क्रम आव्यूह ज्ञात कीजिये:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

[2+3]

प्रश्न 1(ब) - निम्न लिखित आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलिए और उसकी जाति ज्ञात कीजिए:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

प्रश्न 1(स) - आव्यूह $C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ का अभिलाक्षणिक मान ज्ञात कीजिये.

Scanned by CamScanner

इकाई-II

प्रश्न 2(अ) — समीकरणों के निकाय के लिए हलों की जाँच करने की विधि लिखिये। आव्यूह विधि से निम्न समीकरणों का हल ज्ञात कीजिए: [2+3]

$$x+y+z=6$$
$$x-y+z=2$$
$$2x+y-z=1$$

प्रश्न 2(ब) - दिकार्त का चिन्ह नियम का कथन लिखकर समझाइये। सिद्ध कीजिए कि निम्नलिखित समीकरण के कम-से-कम चार काल्पनिक मूल होंगे। [2+3]

$$x^{10}-4x^6+x^4-2x-3=0.$$

प्रश्न 2(स) - निम्नलिखित समीकरण को कार्डन विधि से हल कीजिए: $x^3-15x-126=0$

इकाई-III

प्रश्न 3(अ) ग्रुप की परिभाषा दीजिये। सिद्ध कीजिये कि इकाई के n, -n वें मूलों का समुच्चय गुणन के सापेक्ष आबेली ग्रुप होता है।

प्रश्न 3(ब) - लेग्राँज प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये?

प्रश्न 3(स) - बाँये और दाँये कोसेट (सह समुच्चय) की परिभाषा दीजिये? इकाई के चार मूलों का गुणन ग्रुप $G=\{1,-1,i,-i\}$ के सभी बाँये और दाँये कोसेट को ज्ञात कीजिए?

Scanned by CamScanner

इकाई-IV

प्रश्न 4(अ) - वलय की परिभाषा लिखकर उदाहरण दीजिये? सिद्ध कीजिये कि सभी समपूर्णांकों का समुच्चय E, एक क्रमविनिमेय वलय है परंतु क्षेत्र नहीं है। [2+3]

प्रश्न 4(ब) - क्षेत्र की परिभाषा लिखकर उदाहरण दीजिए। सिद्ध कीजिए कि परिमेय संख्याओं का समुच्चय $(Q, +, \cdot)$ एक क्षेत्र है।

प्रश्न 4(स) - क्रमित पूर्णांकीय ज़ैत की परिभाषा दीजिये? सिद्ध कीजिये कि संमिश्र संख्याओं का समुच्चय $(C, +, \cdot)$ क्रमित पूर्णांकीय ज़ैत नहीं है।

इकाई-V

प्रश्न 5(अ) डी मांइवर प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये?

प्रश्न 5(ब) - यदि $A+iB = C\tan(x+iy)$ हो तो सिद्ध कीजिये कि $\tan 2x = \frac{2CA}{C^2-A^2-B^2}$.

प्रश्न 5(स) - ग्रेगोरी श्रेणी का कथन लिखिये। इसकी सहायता से सिद्ध कीजिए कि:

$$1-\frac{1}{3}+\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\cdots\cdots\infty = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}.$$

Scanned by CamScanner

अर्द्धवार्षिक परीक्षा - 2021
सत्र - 2020-21
कक्षा - B.Sc - IST
विषय - गणित
प्रश्न पत्र - द्वितीय (DIFFERENTIAL CALCULUS)

नोटः- प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न हल करना अनिवार्य है। Marks-50

Unit-1

Q.1 (अ) ε-δ तकनीक के प्रयोग से, सत्यापित कीजिये कि -

$$\lim_{x \to -1} 2x^2 + 3 = 5.$$

(ब) दर्शाइये कि निम्नलिखित फलन $f(x)$, $x=0$, पर असंतत है।

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{e^{1/x} - 1}{e^{1/x} + 1}, & \text{जब } x \neq 0 \\ 0, & \text{जब } x = 0 \end{cases}$$

(स) लैबनीज प्रमेय का कथन लिखकर सिद्ध कीजिये?

Unit-2

प्रश्न 2:- (अ) निम्नलिखित वक्र की सभी अनंतस्पर्शीयें ज्ञात कीजिये -

$$y^3 - x^2y - 2xy^2 + 2x^3 - 7xy + 3y^2 + 2x^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

(ब) वक्र $x^3 + y^3 = 3axy$ की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिये।

Scanned by CamScanner

(स) सिद्ध कीजिये कि वक्र $S = Ce^{x/c}$ के लिये $c\rho = s\sqrt{s^2 - c^2}$

UNIT-3

प्रश्न ③ :- (अ) $\int \frac{x \tan^{-1} x}{(1+x^2)^{3/2}}$ का मान ज्ञात कीजिये।

(ब) $\int_0^{\pi/4} \log(1+\tan\theta)\, d\theta = \frac{\pi}{8}\log 2$ सिद्ध कीजिये।

(स) $\int \frac{dx}{5+4\cos x}$ का मान ज्ञात कीजिये।

UNIT-4

प्रश्न ④ - (अ) हल कीजिये -

$$\cos x\, dy = y(\sin x - y)\, dx$$

(ब) अवकल समीकरण

$x dy - y dx = \sqrt{x^2+y^2}\, dx$ को हल कीजिये।

(स) हल कीजिये -

$$(1+xy)\, y\, dx + (1-xy)\, x\, dy = 0.$$

UNIT-5

प्रश्न 5 :- (अ) हल कीजिये -

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 4x\frac{dy}{dx} + (4x^2 - 3)y = e^{x^2}$$

Scanned by CamScanner

(ब) निम्नलिखित अवकल समीकरण का स्वतंत्र चर में परिवर्तन करके हल कीजिये –

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \cot x \frac{dy}{dx} + 4y \operatorname{cosec}^2 x y = 0$$

(स) प्राचल विचरण विधि से हल कीजिये –

$$(D^2+1)y = x.$$

———— × ————

Scanned by CamScanner

अर्धवार्षिक परीक्षा - 2021 (सत्र 2020-21)

कक्षा - बी॰ एस॰ सी॰ (भाग-एक) विषय - गणित

प्रश्नपत्र - तृतीय प्रश्नपत्र का नाम - सदिश विश्लेषण एवं ज्यामिती

परीक्षा का दिनाँक - 06-02-2021 पूर्णांक - 50

नोट - इस प्रश्नपत्र में पाँच इकाई है। प्रत्येक इकाई में तीन प्रश्न हैं। प्रत्येक इकाई से कोई दो प्रश्न हल कीजिये। एक इकाई के दोनों प्रश्न एक जगह हल कीजिये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। आवश्यकता अनुसार सूत्र लिखें / चित्र बनायें।

इकाई - I

प्रश्न 1(अ) - यदि $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ तीन सदिश हों तो सिद्ध कीजिये कि -

(i) $\frac{d}{dt}[\vec{a}\ \vec{b}\ \vec{c}] = [\frac{d\vec{a}}{dt}, \vec{b}, \vec{c}] + [\vec{a}\ \frac{d\vec{b}}{dt}\ \vec{c}] + [\vec{a}\ \vec{b}\ \frac{d\vec{c}}{dt}]$

(ii) $\frac{d}{dt}(\vec{a} \times \vec{b}) = \vec{a} \times \frac{d\vec{b}}{dt} + \frac{d\vec{a}}{dt} \times \vec{b}$

प्रश्न 1(ब) - यदि $\vec{r} = xi + yj + zk$ अर्थात् $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ हो तो दर्शाइये कि $\text{grad}(r^n) = nr^{n-2}\vec{r}$.

प्रश्न 1(स) - दिशीय अवकलज किसे कहते हैं? फलन $\phi = xyz$ का बिन्दु $P(1, 1, 1)$ पर दिशीय अवकलज ~~निम्न दिशाओं~~ सदिश ~~में ज्ञात कीजिये~~ ~~दिशा~~ $\vec{a} = i + j + k$ की दिशा में ज्ञात कीजिये?

इकाई - II

प्रश्न 2(अ) - यदि $\vec{r}(t) = 5t^2 i + tj - t^3 k$ हो तो दर्शाइये कि

$$\int_1^2 \left(\vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}\right) dt = -14i + 75j - 15k.$$

Scanned by CamScanner

रेखा समाकलन की परिभाषा दीजिये।

प्रश्न 2(ब) - रेखा समाकलन $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ का मूल्यांकन कीजिये; जहाँ $\vec{F} = x^2y^2\hat{i} + y\hat{j}$ और वक्र C परवलय $y^2 = 4x$ के बिंदु (0,0) से (4,4) तक का भाग है। [1+4]

प्रश्न 2(स) - गॉउस आइवर्जेंस प्रमेय का कथन लिखिये? इसका प्रयोग करके दर्शाइये कि:

$$\iint_S [(x^3 - yz)\hat{i} - 2x^2y\hat{j} + 2k] \cdot \hat{n}\, dS = \frac{a^5}{3}.$$

इकाई-3

प्रश्न 3(अ) - शांकव का अनुरेखण कीजिये?

$17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$

प्रश्न 3(ब) - शांकव का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका अर्धनाभिलम्ब (semi-latus rectum) l तथा उत्केंद्रता (eccentricity) e है।

प्रश्न 3(स) - सिद्ध कीजिये कि समीकरण $\frac{l}{r} = 1 - e\cos\theta$ और $\frac{l}{r} = -1 - e\cos\theta$ एक ही शांकव (conic) को व्यक्त करते हैं।

इकाई- IV

प्रश्न 4(अ) - उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिये जिसका शीर्ष vertex (5, 4, 3) और आधार वक्र $3z^2 + 2y^2 = 6$, $y + z = 0$ है।

Scanned by CamScanner

प्रश्न 4(ब)- सिद्ध कीजिये कि समीकरण

~~$ax^2+by^2+cz^2+2fyz+2g$~~

$ax^2+by^2+cz^2+2ux+2vy+2wz+d=0$

एक शंकु व्यक्त करता है, यदि

$$\frac{u^2}{a}+\frac{v^2}{b}+\frac{w^2}{c}=d.$$

प्रश्न 4(स)- व्युत्क्रम शंकु की परिभाषा दीजिये। सिद्ध कीजिये कि समतल $ax+by+cz=0$, शंकु $yz+zx+xy=0$ को दो लम्बरूप रेखाओं में प्रतिच्छेद करता है, यदि:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0.$$

इकाई-5

प्रश्न 5(अ) शांकवज (conicoid) किसे कहते हैं? इसके विभिन्न रूपों के समीकरण लिखिये?

प्रश्न 5(ब)- शंकु $x-y^2-4z^2=0$ का वर्णन कीजिये एवं उसका अनुरेखण कीजिये?

प्रश्न 5(स)- दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$ का कोई स्पर्श तल, निर्देशाक्षों (coordinate axes) को बिंदुओं A, B, C पर प्रतिच्छेद करता है। सिद्ध कीजिए कि ΔABC के केन्द्रक का बिन्दुपथ यह है:

$$\frac{a^2}{x^2}+\frac{b^2}{y^2}+\frac{c^2}{z^2}=9.$$

Scanned by CamScanner