अर्धवार्षिक परीक्षा - 2021 (सत्र 2020-21)

कक्षा - बी॰ एस॰ सी॰ (भाग - II)   विषय - गणित

प्रश्नपत्र - प्रथम   प्रश्नपत्र का नाम - उच्च कलन

परीक्षा दिनाँक - 03-02-2021   पूर्णांक - 50

नोट - इस प्रश्नपत्र में पाँच ईकाई है। प्रत्येक ईकाई में तीन प्रश्न हैं। प्रत्येक ईकाई से दो प्रश्न बनाइये। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। एक ईकाई के दोनों प्रश्न एक जगह पर बनायें।

ईकाई - I

Q 1 (अ) - सिद्ध कीजिए कि :-

(i) प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम परिबद्ध होता है, परंतु विलोम सदैव सत्य नहीं है।

(ii) यदि किसी अनुक्रम की सीमा का अस्तित्व है तो यह अद्वितीय होता है।

Q 1 (ब) "कोशी का सीमा पर प्रथम प्रमेय" - कथन लिखकर सिद्ध कीजिये। दिखाइये कि इसका विलोम सदैव सत्य नहीं है। [4+1]

Q 1 (स) - निरपेक्ष और सापेक्ष अभिसरण की परिभाषा दीजिये। श्रेणी $1 - \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} - \frac{1}{4\sqrt{4}} + \cdots$ के लिए निरपेक्ष अभिसरण की जाँच कीजिए। [2+3]

ईकाई - II

Q 2 (अ) - निम्नलिखित फलन के सांतत्य और अवकलनीयता का परीक्षण बिंदु $x = 0$ पर कीजिये :

$$f(x) = \begin{cases} x\sin\frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & \text{जब } x = 0. \end{cases}$$

Q 2 (ब) - प्रत्येक अवकलनीय फलन संतत (continuous) होता है परंतु इसका विलोम सदैव सत्य नहीं है। [4+1]

Scanned by CamScanner

Q 2(स) – लैग्रांज मध्यमान प्रमेय का सत्यापन कीजिये— जहाँ $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$ अन्तराल $[2, 4]$ में परिभाषित फलन है।

रोले मध्यमान प्रमेय का कथन भी लिखिये। [4+1]

इकाई – III

Q 3(अ) – "समघात फलनों के लिए आॅयलर का प्रमेय" – कथन लिखकर सिद्ध करो? फलन $u = ax^2 + 2hxy + by^2$ के लिए आॅयलर प्रमेय का सत्यापन कीजिये? [3+2]

Q 3(ब) – तीन चरों के लिए जैकोबियन की परिभाषा लिखिये। यदि $x+y+z = u$, $y+z = uv$, $z = uvw$ तब दिखाइये कि

$$\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(u, v, w)} = u^2 v.$$ [1+4]

Q 3(स) – "दो चरों के लिए टेलर प्रमेय" – का कथन लिखकर सिद्ध कीजिए? इसके प्रयोग से फलन $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ को $(x-2)$ और $(y-3)$ के घातों में प्रसार कीजिये। [3+2]

इकाई – IV

Q 4(अ) – अन्वालोप की परिभाषा दीजिए। सरल रेखाओं का परिवार $ax\sec\alpha - by\,\mathrm{cosec}\,\alpha = a^2 - b^2$ का अन्वालोप ज्ञात कीजिए; जहाँ a प्राचल है। [1+4]

Q 4(ब) – कैंड्रज किसे कहते हैं? परवलय $y^2 = 4ax$ का कैंड्रज ज्ञात कीजिए।

Scanned by CamScanner

Q4(स)— ~~[illegible]~~ फलन $\frac{x^2}{a^4}+\frac{y^2}{b^4}+\frac{z^2}{c^4}$ का उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ मान ज्ञात कीजिए जबकि $lx+my+nz=0$. और $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$.
तथा परिणाम की ज्यामितीय व्याख्या कीजिए?

इकाई—V

Q5(अ)— समाकलन के क्रम परिवर्तन में किन तथ्यों को ध्यान रखना चाहिए? समाकलन $\int_0^{a\cos\alpha}\int_{x\tan\alpha}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x,y)\,dx\,dy$

का क्रम बदलिये।

Q5(ब) समाकलन $\int_0^{2a}\int_{\sqrt{2ax-x^2}}^{\sqrt{2ax}} f(x,y)\,dx\,dy$ में

समाकलन का क्रम बदलिये।

Q5(स)- बीटा और गामा फलन की परिभाषा दीजिये?
इनमें सम्बन्ध सूत्र की स्थापना कीजिए?

Scanned by CamScanner

अर्द्धवार्षिक परीक्षा - 2021
सत्र - 2020-21
कक्षा - B.Sc - 2nd
विषय - गणित
प्रश्न पत्र - द्वितीय (DIFFERNTIAL EQUATIONS)

नोट:- प्रत्येक ~~प्रश्न~~ इकाई से दो प्रश्न हल करें।

Marks - 50

Unit-1

प्रश्न (1) (अ) घात श्रेणी विधि से हल कीजिये:

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy = 0.$$

(ब) समीकरण $(x-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} + (1-x)\frac{dy}{dx} - y = 0$

को श्रेणी में हल कीजिये।

(स) सिद्ध कीजिये -

$$\int_{-1}^{1} x^2 P_n^2 \, dx = \frac{1}{8(2n-1)} + \frac{1}{4(2n+1)} + \frac{1}{8(2n+3)}$$

Unit-2

प्रश्न (2) (अ) फलन $F(t)$ का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिये; जहाँ

$$F(t) = \begin{cases} \sin t & 0 < t < \pi \\ 0 & t > \pi \end{cases}$$

Scanned by CamScanner

(ब) सिद्ध कीजिये-

$$L\{c_1F_1(t)+c_2F_2(t)\} = c_1L\{F_1(t)\}+c_2L\{F_2(t)\}$$

जहाँ c_1 और c_2 स्वेच्छ अचर हैं।

(स) निम्नलिखित फलन का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात कीजिये-

(i) $f(t) = t\cos^2 t$

Unit-3

प्रश्न ③ (अ) a एवं b को विलोपित कर आंशिक अवकल समीकरण ज्ञात कीजिये-

$$(x-a)^2+(y-b)^2 = z^2 c$$

(ब) यदि $z = f(x+ay)+\phi(x-ay)$ है, तो सिद्ध कीजिये-

$$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

(स) हल कीजिये-

$$(x-y)p+(x+y)q = 2xz.$$

Unit-4

प्रश्न ④ (अ) हल कीजिये-

$$yt-q = xy.$$

(ब) समीकरण $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+2\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=0$ का वर्गीकरण और विहित रूप में समानयन कीजिये और इसे हल कीजिये।

(स) निम्नांकित आंशिक अवकल समीकरण का वर्गीकरण कीजिये और विहित रूप में समानयन कीजिये

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$$

Unit-5

प्रश्न 5 :- (अ) यदि एक फलनक

$I[y(x)] = \int_0^1 \sqrt{1+[y'(x)]^2}\, dx$ वर्ग $C^1[a,b]$

पर परिभाषित है, तो सिद्ध कीजिये —

(ब) दर्शाइये कि फलनक $I[y(x)] = \int_0^1 [y(x)+2y'(x)]\, dx$, $y(x) \in C^1[0,1]$ वक्र $y_0(x) = x$ पर प्रथम कोटि सामीप्य के अर्थ में संतत है।

(स) वक्र $y = x$ एवं $y = x^2$ के बीच की दूरी अंतराल $[0,1]$ में ज्ञात कीजिये।

—— × ——

Scanned by CamScanner

अर्धवार्षिक (मॉडल) परीक्षा-2021 (सत्र 2020-21)

कक्षा- बी॰एस॰सी॰ (भाग दो)

विषय- गणित   प्रश्नपत्र- ~~द्वितीय~~ तृतीय

प्रश्नपत्र का नाम- यांत्रिकी   पूर्णांक-50

परीक्षा दिनांक- 03-02-2021

नोट- इस प्रश्नपत्र में 5-ईकाई है। प्रत्येक ईकाई से दो प्रश्न हल करना है। एक ईकाई के दोनों प्रश्न एक जगह हल करें। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। आवश्यकतानुसार चित्र बनायें।

ईकाई- I

Q 1 (अ)- दृढ़ पिण्ड की साम्यावस्था के लिए आवश्यक प्रतिबंध ज्ञात कीजिये, जबकि पिण्ड के विभिन्न बिंदुओं पर एकतलीय (समतलीय) बलों का एक निकाय क्रियाशील है।

लम्बाई 2a की एक समांग छड़, साम्यावस्था में एक चिकने उदग्र (vertical) दीवार से दूरी b पर स्थित एक खूंटी के सहारे टिका हुआ है। दर्शाइये कि खम्भे का उदग्र (vertical) के साथ झुकाव $\sin^{-1}(b/a)^{1/3}$ है। [2+3]

Q 1 (ब)- एक दृढ़ पिण्ड पर लगने वाले एकतलीय बलों के निकाय के लिए आभासी कार्य का सिद्धांत लिखिये।

समान भार W के भारी समांग (homogeneous) छड़ों को एक-दूसरे से जोड़कर बने हुए वर्गाकार फ्रेम को एक कोने द्वारा लटकाया गया है। नीचे की तीनों कोनों में से प्रत्येक पर भार W लटकाया गया है। तथा आकृति का स्वरुप यथावत बनाये रखने के लिए क्षैतिज विकर्ण के अनुदिश एक हल्का छड़ लगाया गया है। सिद्ध कीजिये कि इसका तनाव 4W है।

Q 1 (स)- कैटनरी का नैज समीकरण ज्ञात कीजिये। कैटनरी के किसी बिंदु P पर तनाव T हो तथा T_0 निम्नतम बिंदु C पर तनाव हो तो सिद्ध कीजिए कि: $T^2 - T_0^2 = W^2$ जहाँ पर W कैटनरी के चाप CP का भार W है।

P.T.O.

Scanned by CamScanner

इकाई – II

Q2 (अ) – केन्द्रीय अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिये। [5]

Q2 (ब) – दो बल, एक रेखा $y=0,\ z=0$ के अनुदिश, तथा दूसरी रेखा $x=0,\ z=c$ के अनुदिश लगता है। चूँकि बल, बदल रहे हैं, दर्शाइये कि इसके समतुल्य मरोड़ के अक्ष द्वारा जनित पृष्ठ :

$$(x^2+y^2)\,z = y^2 c$$

है। इसका प्राइनेम भी ज्ञात कीजिए। [4+1]

Q2 (स) – तीन बल रेखाओं $x=0,\ y-z=a$; तथा $y=0,\ z-x=a$, तथा $z=0,\ x-y=a$ के अनुदिश अनुदिश लगते हैं। दर्शाइये के वे बल एक युग्म में परिणित नहीं हो सकते।

यह भी सिद्ध कीजिए कि यदि निकाय एक एकल बल में परिणित हो जाये, तो इनकी क्रिया-रेखायें पृष्ठ $x^2+y^2+z^2-2yz-2zx-2xy=a^2$ पर स्थित होंगे। [2+3]

इकाई – III

Q3 (अ) – एक कण सरल आवर्त गति में गतिमान है, जिसका आकर्षण केंद्र O है तब गति की विवेचना कीजिए?

एक कण एक सरल रेखा के अनुदिश आवर्त T का सरल आवर्त गति करता है। यदि v इसकी गति हो जब x माध्यस्थिति से दूरी हो तथा a माध्य स्थिति एवं चरम स्थिति के बीच की दूरी हो; तो दर्शाइये कि: $v^2T^2 = 4\pi^2(a^2-x^2)$ [3+2]

Q3 (ब) – त्रिज्य एवं अनुप्रस्थ वेग एवं त्वरण के लिए विश्लेषिक व्यंजक प्राप्त कीजिये। [2+3]

Q3 (स) – प्रक्षेप्य पथ का समीकरण प्राप्त कीजिये?

एक तोप, एक गतिशील प्लेटफार्म से चलाई जाती है। जब प्लेटफार्म V वेग से आगे अथवा पीछे चलता है तो गोले का परास क्रमशः R तथा S प्राप्त होते हैं।

P.T.O.

सिद्ध कीजिये कि तोप का उन्नतांश कोण $\tan^{-1}\left[\frac{g(R-S)^2}{4V^2(R+S)}\right]$ है। [3+2]

इकाई–IV

Q 4(अ)- केपलर के गति का नियम लिखिये? एक कण एक केंद्रीय त्वरण $\left\{=\frac{\mu}{(दूरी)^2}\right\}$ के साथ घूमता है। यह R दूरी पर वेग V से फेंका जाता है। दर्शाइये कि इसका पथ एक आयताकार अतिपरवलय है, यदि प्रक्षेप्य कोण यह है–

$$\sin^{-1}\left[\frac{\mu}{VR\left(V^2-\frac{2\mu}{R}\right)^{1/2}}\right]$$ [1+4]

Q 4(ब) - किसी गतिमान कण, जो समतल में गति कर रहा है, के लिए स्पर्श रेखीय एवं अभिलम्ब रेखीय वेग तथा त्वरण का व्यंजक प्राप्त कीजिये? [2+3]

Q 4(स) – समरूप वेग v से एक कण एक वक्र (जिसके लिए s तथा ψ साथ-साथ शून्य होता है) बनाता है। यदि किसी बिन्दु s पर त्वरण $\frac{v^2c}{s^2+c^2}$ हो तो वक्र का नैज समीकरण ज्ञात कीजिये?

इकाई–V

Q 5(अ) – एक प्रतिरोधी माध्यम में गुरुत्व के अधीन गिरने वाले, किसी कण का वेग कभी भी एक निश्चित वेग से आगे नहीं बढ़ सकता है।

Q 5(ब) - एक कण एक प्रतिरोधी माध्यम में गुरुत्व के अधीन गिरता है तथा इसका प्रतिरोध वेग के वर्ग के समानुपाती (directly proportional) है। गति की विवेचना कीजिये जबकि कण, विराम से गिरता है।

P.T.O.

Scanned by CamScanner

Q 5 (स) - द्रव्यमान m के एक कण को गुरुत्वाकर्षण के अधीन उदग्रतः (vertically) फेंका जाता है। हवा का प्रतिरोध वेग का mk गुना है। दर्शाइये कि कण द्वारा प्राप्त महत्तम ऊँचाई यह है—

$$\frac{V^2}{g}\left[\lambda - \log(1+\lambda)\right];$$

जहाँ V कण का अन्त्य वेग (terminal velocity) है तथा λV इसका प्रारंभिक वेग है।

Scanned by CamScanner